

VERIFICACIÓN DE LA DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DE LA CAMPANA GASOMÉTRICA DEL CDT DE GAS SEGÚN LA ECUACIÓN OBTENIDA DEL STRAPPING, COMPARÁNDOLA CON LA POSICIÓN DETERMINADA POR REGRESIÓN LINEAL DE DATOS EXPERIMENTALES

Carlos Eduardo García Sánchez
Corporación Centro de Desarrollo Tecnológico del Gas
Parque Tecnológico Guatiguará, km 2 vía Refugio, Piedecuesta
(57) (7) 6543800, cgarcia@cdtdegas.com

Resumen: En la medición de la posición de la campana gasométrica del CDT de Gas, obtenida tras la calibración por *strapping*, interviene un *encoder* cuya trazabilidad no es fácil de garantizar de manera independiente. Para verificar esa medición, se compararon valores de posición calculados con la ecuación obtenida del *strapping*, contra la posición de la campana determinada a partir de una regresión lineal de un conjunto independiente de datos experimentales. Se concluye que la posición de la campana según el *strapping* es comparable con la posición de la campana a partir del ajuste de datos experimentales independientes.

Palabras claves: Comparación, métodos de medición, posición de campana, trazabilidad.

Abstract: In the measurement of the position of CDT de Gas' gasometric bell, obtained after a calibration by strapping, is involved an encoder whose traceability is not easy to guarantee in an independent way. To verify this measurement, position values calculated with the equation obtained from the strapping were compared with the position values determined from a linear regression adjusted to an independent set of experimental data. It is concluded that bell position as determined by strapping is comparable with bell position as determined from adjustment to independent experimental data.

Keywords: Comparison, measurement methods, bell position, traceability.

1. INTRODUCCIÓN

El principal método de calibración de la campana gasométrica de la Corporación Centro de Desarrollo Tecnológico del Gas es el método dimensional o *strapping* [1]. Este es un método bien establecido, con muchos años de uso y utilizado por muchos institutos nacionales de metrología para calibrar este tipo de patrones [2-4]. En el caso del CDT de Gas, sin embargo, resulta importante realizar una verificación de la determinación de la posición de la campana según el método dimensional, debido a que en ésta interviene un codificador rotatorio o *encoder* al cual no es fácil brindarle trazabilidad de manera independiente [5]. Debido a lo anterior, se planteó realizar una comparación de la medición de la posición de la campana según el método dimensional contra la posición de la campana medida con un método de medición alternativo, cuya trazabilidad estuviera completamente garantizada. Como método de medición alternativo se seleccionó la determinación de la posición a partir de una regresión lineal de un conjunto independiente de datos experimentales "posición de la campana" vs. "número de pulsos del *encoder*", donde la posición de la campana se determinó directamente por medio de una regla. Esta comparación se llevaría a cabo en múltiples valores dentro del rango de posiciones de la

campana, y se ejecutaría usando un estadístico apropiado para concluir acerca de la comparabilidad o no comparabilidad de las dos maneras de medición de la posición de la campana, despejando las dudas acerca de la conveniencia de la determinación de la posición de la campana usando el modelo obtenido del método dimensional.

2. METODOLOGÍA

El volumen de aire que ha salido de la campana entre dos estados se calcula multiplicando el área transversal del interior de la campana por la distancia vertical recorrida entre dichos dos estados. La distancia vertical recorrida puede calcularse como la resta de los respectivos valores de posición vertical en los dos estados de interés. A continuación se describen las dos maneras de determinación de posición vertical que se comparan en el presente trabajo.

2.1. Posición de la campana según la ecuación obtenida del *strapping*

En el caso de la campana del CDT de Gas, la posición en cada uno de los estados se calcula por medio de la ecuación (1).

$$p_{C_str} = \frac{\pi D_{PP}}{n_{P2\pi}} \left(1 + \frac{D_C}{D_{PG}} \right) n_P \quad (1)$$

p_{C_str} : posición vertical de la campana según la ecuación de *strapping* [m]; $p_C = 0$ en la máxima elevación, y positiva hacia abajo.

D_{PP} : diámetro de la polea pequeña [m]; es la polea en la cual se encuentra el *encoder*, y está en contacto con la polea grande.

$n_{P2\pi}$: número de pulsos registrados por el *encoder* en una revolución.

D_C : diámetro del cable de sujeción de la campana [m].

D_{PG} : diámetro de la polea grande [m]; es la polea que sostiene el cable de sujeción de la campana.

n_P : número de pulsos registrados por el *encoder*, asignando el valor 0 en la máxima elevación de la campana.

Un análisis de las fuentes de variabilidad de las diferentes magnitudes de entrada del anterior modelo de medición conduce al diagrama de la **Figura 1**, donde cada fuente y magnitud se modela por medio de una variable aleatoria.

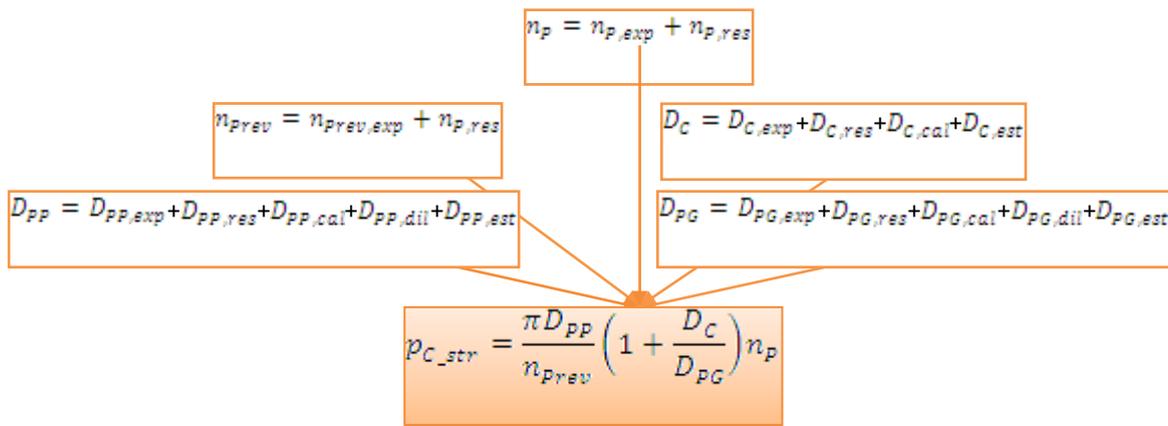


Figura 1. Modelo de medición de posición de la campana, ecuación obtenida del *strapping*.

$n_{P,exp}$: número de pulsos del *encoder* en la posición actual (incluye la incertidumbre de repetibilidad).

$n_{P,res}$: resolución del *encoder*.

$n_{P_{rev,exp}}$: número de pulsos registrados por el *encoder* en una revolución.

$D_{C,exp}$: medición del diámetro del cable de sujeción (incluye la incertidumbre de repetibilidad) [m].

$D_{C,res}$: incertidumbre por resolución del medidor del diámetro del cable de sujeción [m].

$D_{C,cal}$: incertidumbre por clase del medidor del diámetro del cable de sujeción [m].

$D_{C,est}$: incertidumbre por estabilidad dimensional del diámetro del cable de sujeción [m].

$D_{PP,exp}$: medición del diámetro de la polea pequeña (incluye la incertidumbre de repetibilidad) [m].

$D_{PP,res}$: incertidumbre por resolución del medidor del diámetro de la polea pequeña [m].

$D_{PP,cal}$: incertidumbre por clase del medidor del diámetro de la polea pequeña [m].

$D_{PP,dil}$: incertidumbre por dilatación térmica del diámetro de la polea pequeña [m].

$D_{PP,est}$: incertidumbre por estabilidad dimensional del diámetro de la polea pequeña [m].

$D_{PG,exp}$: medición del diámetro de la polea grande (incluye la incertidumbre de repetibilidad) [m].

$D_{PG,res}$: incertidumbre por resolución del medidor del diámetro de la polea grande [m].

$D_{PG,cal}$: incertidumbre por clase del medidor del diámetro de la polea grande [m].

$D_{PG,dil}$: incertidumbre por dilatación térmica del diámetro de la polea grande [m].

$D_{PG,est}$: incertidumbre por estabilidad dimensional del diámetro de la polea pequeña [m].

2.2. Posición de la campana según método del modelo de regresión

A partir de un conjunto de datos experimentales “posición de campana” contra “número de pulsos del *encoder*” es posible generar un modelo empírico para determinar la posición de la campana a partir del número de pulsos. En este caso, resulta apropiado un modelo de regresión

lineal simple sin intercepto [6], por lo cual el modelo es el mostrado en la ecuación (2).

$$p_{C,reg} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{14} n_{P,i} p_{C,i}}{\sum_{i=1}^{14} (n_{P,i})^2} \right) n_P \quad (2)$$

$p_{C,reg}$: posición vertical de la campana según el modelo empírico [m]; $p_C = 0$ en la máxima elevación, y positiva hacia abajo.

$p_{C,i}$: posición vertical de la campana en el i -ésimo dato experimental [m].

$n_{P,i}$: número de pulsos registrados por el encoder en el i -ésimo dato experimental, asignando el valor 0 en la máxima elevación de la campana.

n_P : número de pulsos registrados por el *encoder*, asignando el valor 0 en la máxima elevación de la campana.

Se decidió realizar 14 pares de mediciones (número de pulsos, posición de la campana). Teniendo en cuenta este número de mediciones y las ecuaciones de ajuste de regresión lineal simple sin intercepto por método de mínimos cuadrados [6], el respectivo análisis de fuentes de incertidumbre de las magnitudes de entrada conduce al diagrama mostrado en la **Figura 2** (cada fuente y magnitud de entrada es una variable aleatoria).



Figura 2. Modelo de medición de posición de la campana, a partir de regresión lineal de datos experimentales “posición de la campana” vs. “número de pulsos”.

$p_{Cmed(i),exp}$: medición de la posición de la campana en el i -ésimo dato [m] (incluye la incertidumbre de repetibilidad); $(i) = 1, 2, \dots, 14$

$p_{Cmed(i),res}$: incertidumbre por resolución del medidor usado para determinar la posición de la campana en el i -ésimo dato [m]; $(i) = 1, 2, \dots, 14$

$p_{Cmed(i),der}$: incertidumbre por deriva del medidor usado para determinar la posición de la campana en el i -ésimo dato [m]; $(i) = 1, 2, \dots, 14$

$p_{Cmed(i),obs}$: incertidumbre por la intervención del ojo humano en la determinación de la posición de la campana en el i -ésimo dato [m]; $(i) = 1, 2, \dots, 14$

$n_{Pmed(i),exp}$: número de pulsos del encoder en el i -ésimo dato experimental; $(i) = 1, 2, \dots, 14$

$n_{Pmed(i),res}$: resolución del encoder; $(i) = 1, 2, \dots, 14$

$n_{P,exp}$: número de pulsos del encoder en la posición actual (incluye la incertidumbre de repetibilidad).

$n_{P,res}$: resolución del encoder.

2.3. Procedimiento de comparación

Para cada uno de los dos métodos, se ejecutó la experimentación necesaria para determinar los valores de los parámetros en los modelos de medición. Para proceder a comparar los resultados obtenidos con cada método, se comparan las posiciones de la campana arrojadas por cada uno de ellos en ocho números de pulsos diferentes (10 000, 20 000, 30 000, 40 000, 50 000, 60 000, 70 000 y 80 000). Dicha comparación se realizó por medio del estadístico En , que se define según la ecuación (3).

$$E_n = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}} \quad (3)$$

X_1 : resultado de la medición 1.

X_2 : resultado de la medición 2.

U_{exp} : incertidumbre expandida de la medición 1.

U_{reg} : incertidumbre expandida de la medición 2.

Las dos incertidumbres expandidas deben haberse calculado con el mismo nivel de cobertura. Si el valor absoluto de En es menor o igual a 1, se considera que las dos mediciones son comparables. En caso de que En resulte mayor a 1, los valores obtenidos por los dos métodos no son comparables entre sí, y se debe investigar la causa de esta inconsistencia para corregir alguno de los métodos si es el caso.

De modo que para el presente trabajo, el estadístico se calculó como se muestra en la ecuación (4).

$$E_n = \frac{p_{C,str} - p_{C,reg}}{\sqrt{U^2(p_{C,str}) + U^2(p_{C,reg})}} \quad (4)$$

$U^2(p_{C,str})$: incertidumbre expandida de la posición de la campana según el método usado en *strapping*.

$U^2(p_{C,reg})$: incertidumbre expandida de la posición de la campana según el método del modelo de regresión.

3. RESULTADOS

3.1. Datos del strapping para cálculo de posición de campana

La **Tabla 1** presenta los resultados de las mediciones de número de pulsos en una revolución del encoder para evaluar su repetibilidad ($n_{Prev,exp}$), mediciones del diámetro de cable de sujeción (DC,exp), mediciones del diámetro de la polea pequeña (DPP,exp), y mediciones del diámetro de la polea grande (DPG,exp). Las mediciones de cada una de las magnitudes mencionadas se realizan de manera independiente, por esto los números de réplicas no son iguales y se presentan en la misma tabla únicamente por consideraciones de espacio.

$n_{Prev,exp}$	DC,exp [m]	DPP,exp [m]	DPG,exp [m]
19 993	0,003144	0,04982333	0,60599
19 999	0,003136	0,04982667	0,606
20 002	0,003124	0,04982333	0,60599
20 001	0,003138	0,04982667	0,60599
20 001	0,00314		0,60599
19 992	0,003134		0,606
20 001	0,00316		0,606
19 997	0,003164		0,60599
20 008	0,003146		0,606
19 999	0,003163		0,60599
20 002			
20 000			
20 000			
20 001			
20 002			
19 999			
20 000			
20 002			
19 997			
19 998			

Tabla 1. Datos experimentales para calcular los parámetros de la ecuación de posición de la campana según strapping.

La **Tabla 2** resume las variables aleatorias para representar las fuentes de incertidumbre y las magnitudes de entrada, teniendo en cuenta las características de los instrumentos de medición y los datos experimentales.

Variable	Descripción	Media	Incertidumbre	Tipo de distribución	Grados de libertad
nPrev,exp	Número de pulsos experimental del <i>encoder</i> en una revolución	19 999,7	0,761231689	t	19
nPrev,res	Resolución de los pulsos del <i>encoder</i>	0	0,29	Uniforme	
DC,exp	Diámetro del cable medido experimentalmente	0,0031449	4,25428E-06	t	9
DC,res	Resolución de la medición del diámetro del cable	0	2,89E-07	Uniforme	
DC,cal	Calibración de la medición del diámetro del cable	0	7,00E-07	Normal	
DC,est	Estabilidad dimensional del diámetro del cable	0	9,80E-07	Triangular	
DPP,exp	Diámetro de la polea pequeña medida experimentalmente	0,049825	9,6225E-07	t	3
DPP,res	Resolución de la medición del diámetro de la polea pequeña	0	2,89E-07	Uniforme	
DPP,cal	Calibración de la medición del diámetro de la polea pequeña	0	4,00E-06	Normal	
DPP,dil	Dilatación térmica del diámetro de la polea pequeña	0	8,62E-07	Uniforme	
DPP,est	Estabilidad dimensional del diámetro de la polea pequeña	0	2,60E-06	Triangular	
DPG,exp	Diámetro de la polea grande medida experimentalmente	0,605994	1,63299E-06	t	9
DPG,res	Resolución de la medición del diámetro de la polea grande	0	2,89E-07	Uniforme	
DPG,cal	Calibración de la medición del diámetro de la polea grande	0	7,42E-06	Normal	
DPG,dil	Dilatación térmica del diámetro de la polea grande	0	6,67E-06	Uniforme	
DPG,est	Estabilidad dimensional del diámetro de la polea grande	0	4,00E-06	Triangular	

Tabla 2. Variables aleatorias utilizadas para modelar las magnitudes de entrada en la ecuación de posición a partir de strapping.

3.2. Datos para modelo empírico de posición de la campana

En la **Tabla 3** se encuentran los valores experimentales medidos de número de pulsos ($nP_{med}(i),exp$) y posición de la campana ($pC_{med}(i),exp$).

Considerando las características del instrumento de medición de distancia y los datos experimentales, se obtienen un conjunto de variables aleatorias para modelar cada una de las 14 parejas de datos. La **Tabla 4** muestra, a modo de ejemplo, las variables aleatorias para

la primera pareja de datos. Las demás no se incluyen por cuestiones de espacio, pero se calculan de manera similar.

Número de dato (i)	$pC_{med}(i),exp$	$nP_{med}(i),exp$
1	0	0
2	0,05	6 356
3	0,1	12 711
4	0,15	19 067
5	0,2	25 422

6	0,25	31 778
7	0,3	38 133
8	0,35	44 489
9	0,4	50 845
10	0,45	57 200
11	0,5	63 556

12	0,55	69 911
13	0,6	76 267
14	0,65	82 622

Tabla 3. Mediciones para crear el modelo empírico de posición de la campana.

Variable	Descripción	Media	Incertidumbre	Tipo de distribución	Grados de libertad
nPmed1,exp	Incertidumbre del número de pulsos del <i>encoder</i> en el dato medido número 1	0	Dependen de las incertidumbres de nPrev,exp y nPrev,res		
nPmed1,res	Resolución de los pulsos del <i>encoder</i> del dato medido 1	0			
pCmed1,exp	Posición de la campana medida con la regla en el dato medido 1	0			
pCmed1,res	Resolución de la posición de la campana del dato medido 1	0	0,001	Uniforme	
pCmed1,der	Deriva de la medición de posición de la campana en el dato medido 1	0	0,001	Uniforme	
pCmed1,obs	Incertidumbre de la determinación de la posición de la campana debida a la incertidumbre de observación para el dato medido 1	0	0,002	Uniforme	

Tabla 4. Ejemplo del modelado de las variables aleatorias que representan a las magnitudes de entrada en la determinación de la posición de la campana por regresión lineal de datos experimentales.

3.3. Comparación entre los dos métodos de medición

Se creó un *script* en el lenguaje de programación Python para realizar, para cada uno de los dos métodos de medición evaluados en cada uno de los ocho números de pulsos, el cálculo del resultado de medición (es decir, la posición de la campana) y la estimación de la incertidumbre. Esta estimación de incertidumbre se llevó a cabo por dos métodos: el método descrito en la Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medición (más conocido como método GUM) y el método descrito en el Suplemento 1 de la misma guía (método Monte Carlo para estimación de incertidumbre) [6, 7]. En el *script* se hace uso de los complementos *numpy*, *scipy*, *math* y *stats*, para facilitar los cálculos científicos y matriciales, y de la

extensión *openpyxl* para exportar los resultados a un archivo de Excel.

La estimación de incertidumbre se hizo por ambos métodos como forma de control, y porque el método Monte Carlo, a pesar de ser menos utilizado, tiene un rango de validez mucho más amplio que el del método GUM. Para cada uno de los números de pulsos, los estadísticos E_n se calcularon a partir de los valores obtenidos por método GUM. La **Tabla 5** resume los resultados, mostrando la posición de la campana (en metros) y su correspondiente incertidumbre expandida (en metros, con 95 % de cobertura) tanto usando la ecuación del *strapping* como el modelo empírico, y a su vez habiendo hecho los cálculos usando los dos métodos mencionados (GUM y Monte Carlo).

Pulsos	Strapping - GUM		Strapping - MC		Regresión - GUM		Regresión - MC		En
	pc	U(pc)	pc	U(pc)	pc	U(pc)	pc	U(pc)	
10 000	0,078672	0,000018	0,078672	0,000019	0,07867	0,00026	0,07867	0,00026	0,002460
20 000	0,157344	0,000035	0,157344	0,000036	0,15734	0,00053	0,15734	0,00053	0,002461
30 000	0,236016	0,000053	0,236016	0,000054	0,23601	0,00079	0,23601	0,00079	0,002461
40 000	0,314687	0,000070	0,314687	0,000073	0,3147	0,0011	0,3147	0,0011	0,002461
50 000	0,393359	0,000088	0,393359	0,000091	0,3934	0,0013	0,3934	0,0013	0,002461
60 000	0,47203	0,00011	0,47203	0,00011	0,4720	0,0016	0,4720	0,0016	0,002461
70 000	0,55070	0,00012	0,55070	0,00013	0,5507	0,0018	0,5507	0,0018	0,002461
80 000	0,62937	0,00014	0,62937	0,00014	0,6294	0,0021	0,6294	0,0021	0,002461

Tabla 5. Resultados del trabajo. pc : posición de la campana [m]; $U(pc)$: incertidumbre expandida de la posición de la campana, cobertura del 95 % [m].

4. DISCUSIÓN

El modelo empírico creado presenta una mayor incertidumbre que la ecuación obtenida por *strapping*, debido a la diferencia de características metrológicas de los instrumentos en ambos casos. Esto no quiere decir que la incertidumbre del modelo empírico haya sido muy alta, como puede verse en la tabla, pero sí indica que en caso de que los dos métodos de cálculo de posición de la campana funcionen bien, el preferible sería la ecuación de *strapping*.

En la mayoría de cálculos en el presente trabajo, el método GUM arroja una correcta estimación de incertidumbre. Sólo en algunos puntos hubo una ligera subestimación de la incertidumbre con el método GUM, pero la magnitud de la subestimación fue bastante baja.

Los estadísticos de comparación E_n fueron calculados a partir de los datos reportados por método GUM, pero utilizando los resultados de Monte Carlo se llega a los mismos valores de E_n , teniendo en cuenta lo mencionado en el anterior párrafo.

Los estadísticos E_n permiten concluir que los dos métodos de medición de la posición de la campana son comparables. Dado que ambos métodos se generaron a partir de conjuntos de datos experimentales independientes y con instrumentos trazables, se puede tener buena confianza en la exactitud (inexistencia de sesgo) de los métodos de medición.

5. CONCLUSIONES

- Los resultados obtenidos por métodos GUM y Monte Carlo fueron muy parecidos. En el caso de la ecuación de *strapping*, a pesar de la alta no-linealidad del modelo, la diferencia en las incertidumbres expandidas no llega a ser mayor del 5 % en ningún caso. Esto da buena confianza en la aplicabilidad del método GUM en los modelos de medición involucrados en la comparación.
- La incertidumbre de la posición de la campana con cada uno de los dos métodos

usados es significativamente baja. La incertidumbre expandida de la posición de la campana según el método usado en *strapping* es de alrededor del 0,022 % del valor medido. Por otro lado, la incertidumbre expandida de la posición de la campana por el método de la regresión lineal es de alrededor del 0,33 % del valor medido.

- Si bien la incertidumbre expandida con ambos métodos usados es bastante baja, vale la pena notar que la incertidumbre obtenida con el método del *strapping* es un orden de magnitud más baja que aquella del método de la regresión lineal.
- Ningún valor de E_n fue superior a 1, y de hecho, todos los E_n fueron bastante cercanos a cero. Esto permite concluir que la posición de la campana determinada por los dos métodos de medición (*strapping* y regresión lineal de datos experimentales) es comparable, y brinda confianza sobre el desempeño de la determinación de la posición de la campana utilizando el método implementado actualmente (basado en la calibración dimensional del equipo) como parte de la medición de volumen con dicho equipo.

AGRADECIMIENTOS

El autor desea agradecer a Diego Fernando Dueñas Morales, del Centro de Desarrollo Tecnológico del Gas, por su colaboración con la toma de varios de los datos usados en el trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Corporación Centro de Desarrollo Tecnológico del Gas. 2014. I – 012 Calibración de la campana gasométrica por el método dimensional. Instructivo interno.
- [2] Brooks Instruments. 1994. Model 1090 Bell Prover - Instruction Manual. Brooks Instruments. Fisher-Rosemount.
- [3] Mercado P JJ, Maldonado JM. 2002. Rediseño del Sistema de Medición de Desplazamiento Vertical del Patrón Nacional

para Medición de Flujo de Gas. Centro Nacional de Metrología de México CENAM, Metrología Mecánica, División de Flujo y Volumen.

[4] Wright JD, Mattingly GE. 1998. NIST Special publication 250 – 49. NIST measurement services: NIST Calibration Services for Gas Flow Meters. Piston and Prover Gas Flow Facilities. National Institute of Standards and Technology.

[5] Joint Committee for Guides in Metrology, Bureau International des Poids et Mesures. 2012. JCGM 200:2012 - International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM).

[6] Montgomery DC, Runger GC. 2003. Applied Statistics and Probability for Engineers. 3 ed., John Wiley & Sons.

[7] Joint Committee for Guides in Metrology, Bureau International des Poids et Mesures. 2012. JCGM 100:2008 – Evaluation of measurement data –Guide to the expression of uncertainty in measurement.

[8] Joint Committee for Guides in Metrology, Bureau International des Poids et Mesures. 2012. JCGM 101:2008 – Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method.