

GUÍA PARA CALIBRACIÓN DE MICRÓMETRO PARA EXTERIORES

Laboratorio: Metrología Dimensional
Elaboró: David Alonso Plazas Fernández
Revisó: Victor Hugo Gil Gil

1. Introducción.

Con esta guía se busca, sea una referencia técnica y un documento base para la elaboración de procedimientos de calibración así como para realizar calibraciones de micrómetro para todos los sectores involucrados en la metrología dimensional.

2. Alcance.

El alcance de la presente guía es aplicable para la calibración de micrómetro para exteriores, tanto analógico como digital con un intervalo de medición de 0 mm a 25 mm con el método de comparación.

Nota: Esta guía tiene como propósito dar recomendaciones generales para la elaboración de los procedimientos de calibración para micrómetro de exteriores.

3. Terminología y símbolos.

3.1. Terminología

Las siguientes definiciones han sido extraídas de Vocabulario Internacional de Metrología del Centro Español de Metrología.

Calibración [1] (2.39): Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida asociadas obtenidas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación.

NOTA 1 Una calibración puede expresarse mediante una declaración, una función de calibración, un diagrama de calibración, una curva de calibración o una tabla de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.

NOTA 2 Conviene no confundir la calibración con el ajuste de un sistema de medida, a menudo llamado incorrectamente “autocalibración”, ni con una verificación de la calibración.

NOTA 3 Frecuentemente se interpreta que únicamente la primera etapa de esta definición corresponde a la calibración.

Error de medida [1] (2.16).

Diferencia entre un valor medido de una magnitud y un valor de referencia.

Incertidumbre de medida [1] (2.26).

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza

NOTA 1 La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociadas a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

NOTA 2 El parámetro puede ser, por ejemplo, una desviación típica, en cuyo caso se denomina incertidumbre típica de medida (o un múltiplo de ella), o la semiamplitud de un intervalo con un probabilidad de cobertura determinada.

NOTA 3 En general, la incertidumbre de medida incluye numerosas componentes. Algunas pueden calcularse mediante una evaluación tipo A de la incertidumbre de medida, a partir de la distribución estadística de los valores que proceden de las series de mediciones y pueden caracterizarse por desviaciones típicas. Las otras componentes, que pueden calcularse mediante una evaluación tipo B de la incertidumbre de medida, pueden caracterizarse también por desviaciones típicas, evaluadas a partir de funciones de densidad de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.

NOTA 4 En general, para una información dada, se sobreentiende que la incertidumbre de medida está asociada a un valor determinado atribuido al mensurando. Por tanto, una modificación de este valor supone una modificación de la incertidumbre asociada.

Verificación [1] (2.44).

Aportación de evidencia objetiva de que un elemento dado satisface los requisitos especificados.

Intervalo de medida [1] (4.7)

Conjunto de valores de magnitudes de una misma naturaleza que un instrumento o sistema de medida dado puede medir con una incertidumbre instrumental especificada, en unas condiciones determinadas.

Resolución de un dispositivo visualizador [1] (4.15)

Mínima diferencia entre indicaciones visualizadas, que puede percibirse de forma significativa.

Repetibilidad de medida [1] (2.21)

Precisión de medida bajo un conjunto de condiciones de repetibilidad.

Trazabilidad metrológica [1](2.41)

Propiedad de un resultado de medida por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida.

NOTA 1 En esta definición, la referencia puede ser la definición de una unidad de medida, mediante una realización práctica, un procedimiento de medida que incluya la unidad de medida cuando se trate de una magnitud no ordinal, o un patrón.

NOTA 2 La trazabilidad metrológica requiere una jerarquía de calibración establecida.

NOTA 3 La especificación de la referencia debe incluir la fecha en la cual se utilizó dicha referencia, junto con cualquier otra información metrológica relevante sobre la referencia, tal como la fecha en que se haya realizado la primera calibración en la jerarquía.

NOTA 4 Para mediciones con más de una magnitud de entrada en el modelo de medición, cada valor de entrada debiera ser metrológicamente trazable y la jerarquía de calibración puede tener forma de estructura ramificada o de red. El esfuerzo realizado para establecer la trazabilidad metrológica de cada valor de entrada debería ser en proporción a su contribución relativa al resultado de la medición.

NOTA 5 La trazabilidad metrológica de un resultado de medida no garantiza por sí misma la adecuación de la incertidumbre de medida a un fin dado, o la ausencia de errores humanos.

NOTA 6 La comparación entre dos patrones de medida puede considerarse como una calibración si ésta se utiliza para comprobar, y si procede, corregir el valor y la incertidumbre atribuidos a uno de los patrones.

NOTA 7 La ILAC considera que los elementos necesarios para confirmar la trazabilidad metrológica son: una cadena de trazabilidad metrológica ininterrumpida a un patrón internacional o a un patrón nacional, una incertidumbre de medida documentada, un procedimiento de medida documentado, una competencia técnica reconocida, la trazabilidad metrológica al SI y los intervalos entre calibraciones (véase ILAC P-10:2002).

NOTA 8 Algunas veces el término abreviado “trazabilidad” se utiliza en lugar de “trazabilidad metrológica” así como para otros conceptos, como trazabilidad de una muestra, de un documento, de un instrumento, de un material, etc., cuando interviene el historial (“traza”) del elemento en cuestión. Por tanto, es preferible utilizar el término completo “trazabilidad metrológica” para evitar confusión.

3.2. Simbología

μm	Símbolo que denota el micrómetro
$u(x)$	Incertidumbre típica
$u_c(x)$	Incertidumbre combinada
U	Incertidumbre expandida
k	Factor de cobertura
ν_{eff}	Grados efectivos de libertad
α_p	Coefficiente de expansión térmica del bloque patrón
α_i	Coefficiente de expansión térmica del instrumento (micrómetro)
n	Número de mediciones realizadas
θ_p	Diferencia de temperatura del patrón respecto a la temperatura de referencia (20 °C)
θ_i	Diferencia de temperatura del instrumento (micrómetro), respecto a la temperatura de referencia (20 °C)
e	Error de medida
s_p	Desviación típica experimental estimada a partir de un conjunto de datos
li	Lectura indicada en el instrumento
bp	Valor del bloque patrón según el certificado de calibración
$u(e_{par})$	Incertidumbre por el efecto de paralaje
$u(e_{pla})$	Incertidumbre debida a la planitud de las superficies de medición
ν_i	Número de grados de libertad
DO	Desplazamiento del observador respecto a la línea perpendicular de observación

DF	Distancia entre el observador y el instrumento o distancia focal
h	Holgura entre el cilindro principal y el tambor
res	Resolución del instrumento
$rest$	Resolución del indicador de temperatura
ct	Incertidumbre que indica el certificado del termómetro
tl	Variación de temperatura del laboratorio
e_{pla}	Error de planitud de las superficies de medición
e_{par}	Error por paralaje
dh	Desplazamiento lineal del husillo en una revolución del tambor

4. Generalidades de la calibración.

El micrómetro es un instrumento de medición usado para realizar mediciones de forma directa de longitud, con mayor precisión que un pie de rey. Existen micrómetros para medidas exteriores, interiores y profundidad. Para la calibración es necesario utilizar un juego de bloques preferiblemente el que viene especificado para estos instrumentos, en caso de no contar con este juego se puede utilizar como mínimo diez bloques que puedan materializar diez puntos de calibración a lo largo del intervalo de medición.

Un micrómetro está constituido por una escala principal fija, un tambor graduado y en ocasiones tiene una escala digital para mejorar la apreciación, también cuenta con un arco el cual permite la unión de las superficies de medición móvil y fija. Otras partes auxiliares son el trinquete para controlar la fuerza de medición, un aislamiento térmico para evitar la transferencia de calor al instrumento. El seguro de husillo el cual permite fijar la superficie móvil.

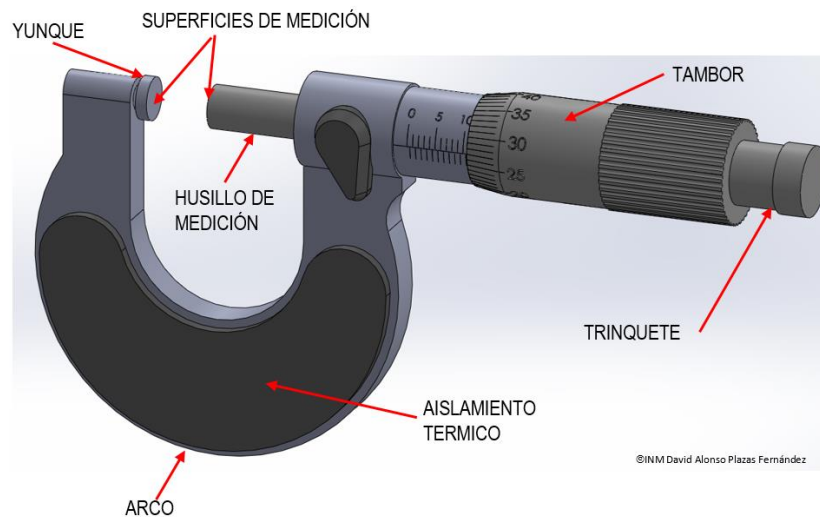


Figura 1 Partes del micrómetro

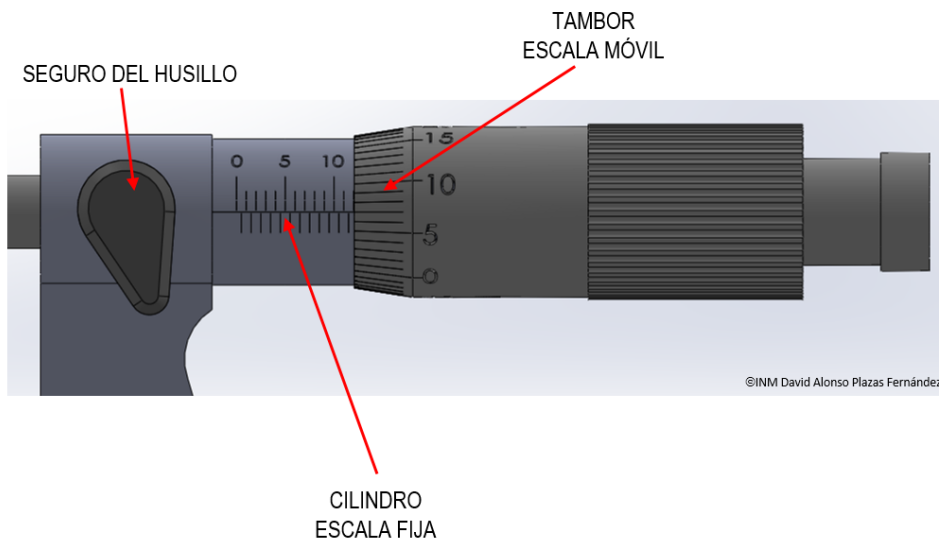


Figura 2 Partes del micrómetro

5. Método de calibración.

La condiciones ambientales de las instalaciones donde se calibra, deben permanecer a una temperatura de $20\text{ °C} \pm 2\text{ °C}$ y humedad relativa de $50\% \text{ hr} \pm 10\% \text{ hr}$. Durante la calibración la variación de la temperatura no debe superar 1 °C .

El método de calibración es comparación directa. Consiste en realizar mediciones con el micrómetro teniendo como referencia bloques patrón grado 2 o mejor para micrómetros con resolución mayor o igual a 0,010 mm y bloques patrón grado 1 o mejor para micrómetros con resolución menores a 0,010 mm. Cuando se trate de micrómetros de 0 a 100 mm se colocará sobre el soporte para micrómetros y el bloque se coloca como se observa en la figura 3.



Figura 3 Soporte para micrómetro

Para micrómetros mayores se deberá apoyar el bloque sobre el mármol y el instrumento queda móvil.

5.1. Equipos patrones e insumos

- Guantes de algodón o nitrilo
- Solvente para limpieza
- Vaselina
- Mármol o superficie plana de referencia (calibrados)
- Paño suave
- Bloques patrón calibrados con un grado 2 o mejor.
- Un indicador de temperatura con resolución 0,1 °C o mejor debidamente calibrado
- Un indicador de humedad relativa con resolución de 1 % hr o mejor debidamente calibrado.

5.2. Operaciones previas

Registrar los datos del instrumento como son marca, número de serie o identificación, modelo, intervalo de medida y división de escala.

Limpiar los bloques patrón con solvente para limpieza, para la calibración se recomienda que el juego de bloques sea de los siguientes valores nominales: 2.5 mm , 5.1 mm , 7.7 mm , 10.3 mm , 12.9 mm , 15 mm , 17.6 mm , 20.2 mm , 22.8 mm , y 25 mm .

Limpiar las superficies de medición del micrómetro.

Inspeccionar visualmente el micrómetro para verificar que el desplazamiento y el giro sean suaves y sin interrupciones, que la escala se encuentre en buenas condiciones.

Se procede a verificar la planitud de las superficies de medición. Dicha operación se realiza con un plano paralelo. El plano paralelo se apoya sobre la superficie de medición y se cuentan las franjas rojas de interferencia que se observan. Para facilitar más la visualización se puede utilizar una lámpara de luz monocromática.

El máximo número permitido de franjas rojas para micrómetros con intervalo hasta 50 mm es de seis y de diez franjas rojas para micrómetros con intervalo mayor a 50 mm de acuerdo a la tabla 1 de la NTC 4352: 1997 [2]. Cada franja equivale a $0.32 \mu\text{m}$.

En caso que se pueda adquirir el juego de 4 planos paralelos para verificación de paralelismo se puede realizar dicha prueba. Los errores máximos permitidos son los que se encuentran en la tabla 1 de la norma NTC 4352: 1997 [2].

Posteriormente se realiza la prueba de ajuste del micrómetro. Esta se realiza tomando cualquier bloque patrón y se realizan diez mediciones obteniendo el promedio de los errores.

De acuerdo al procedimiento del CEM [6] numeral 5.3.1. , se sugiere que el ajuste se deberá realizar si el promedio del error es igual o mayor que la división de escala para los micrómetros mayores o iguales a 0.01 mm y para los que tengan menor división de escala a 0.01 mm el error no deberá ser igual o mayor a tres divisiones de escala.

Posteriormente se limpian las superficies de medición del micrómetro y se coloca sobre el mármol o la mesa de planitud junto con los bloques patrón; esto con el fin de dejar estabilizar térmicamente tanto el micrómetro como los bloques. El tiempo de estabilización deberá ser como mínimo de dos horas.

5.3. Procedimiento de calibración

Después que esté estabilizado térmicamente el sistema, registrar la temperatura inicial.

Tomar el micrómetro y medir el patrón, consignar la lectura en la tabla de registro.

Luego continuar con el siguiente bloque hasta llegar al último

Realizar este mismo proceso hasta completar como mínimo cuatro series de medida.

Al finalizar registrar la temperatura que tiene el indicador.

6. Resultados de la medición.

Para la toma de datos se sugiere utilizar una tabla similar a la siguiente:

Valor patrón (mm)	LECTURA DEL INSTRUMENTO (mm)										Promedio (mm)	s_p (μm)	Error (μm)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
2.5													
5.1													
7.7													
10.3													
12.9													
15													
17.6													
20.2													
22.8													
25													

Tabla 1 Tabla toma de datos

En la tabla 1 se consigna las lecturas del micrómetro. En la primera columna van los valores nominales de los patrones que se utilizan, en las columnas *LECTURA DEL INSTRUMENTO* van los valores que indica el micrómetro. Se realizan como mínimo diez mediciones. En la columna *Promedio*, se coloca el promedio de las lecturas en milímetros. En la columna s_p se coloca la desviación estándar de las lecturas en micrómetros. Y en la columna del *Error* se coloca la diferencia del promedio menos el valor del patrón en micrómetros.

7. Estimación de la incertidumbre.

Para la estimación de la incertidumbre se parte de la ecuación básica de error:

$$e = li - bp \quad (1)$$

e = Error

li = Lectura en el instrumento

bp = Valor del patrón según el certificado de calibración

A esto es necesario hacer la corrección por temperatura del instrumento y del patrón

$$e = li(1 + \alpha_i\theta_i) - bp(1 + \alpha_p\theta_p) \quad (2)$$

α_i = Coeficiente de expansión térmica del micrómetro

θ_i = Diferencia de temperatura del pie de rey respecto a la temperatura de referencia (20 °C)

α_p = Coeficiente de expansión térmica del patrón

θ_p = Diferencia de temperatura del patrón respecto a la temperatura de referencia (20 °C)

Según el numeral 5.1.2. De la GUM, la incertidumbre típica es:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad (3)$$

Para cumplir con la ecuación (3) es necesario hallar los coeficientes de sensibilidad de la ecuación (2) de la siguiente manera:

$$e = li(1 + \alpha_i\theta_i) - bp(1 + \alpha_p\theta_p) \quad (2)$$

$$e = f(li, \alpha_i, \theta_i, bp, \alpha_p, \theta_p)$$

$$\frac{\partial e}{\partial li} = (1 + \alpha_i\theta_i)$$

$$\boxed{\frac{\partial e}{\partial li} = 1}$$

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = li\theta_i$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_i} = li\alpha_i$$

$$\frac{\partial e}{\partial bp} = -(1 + \alpha_p\theta_p)$$

$$\frac{\partial e}{\partial bp} = -1$$

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_p} = -bp \cdot \theta_p$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_p} = -bp \cdot \alpha_p$$

Retomando la ecuación (3) perteneciente a la GUM, la incertidumbre combinada para micrómetro quedará de la siguiente manera:

$$u_c^2 = u^2(li) + (li\theta_i)^2 u^2(\alpha_i) + (li\alpha_i)^2 u^2(\theta_i) + u^2(bp) + (-bp \cdot \theta_p)^2 u^2(\alpha_p) + (-bp \cdot \alpha_p)^2 u^2(\theta_p) \quad (4)$$

Dentro de la incertidumbre por indicación $u(li)$ se encuentran tres fuentes de incertidumbre las cuales son resolución, repetibilidad y paralaje

Por lo tanto la incertidumbre por indicación $u(li)$ será igual a:

$$u(li) = \sqrt{u^2(rep) + u^2(res) + u^2(e_{par}) + u^2(e_{pla})}$$

Al elevarla al cuadrado y remplazarla en la fórmula 4 quedará de la siguiente manera:

$$u_c^2 = u^2(rep) + u^2(res) + u^2(e_{par}) + u^2(e_{pla}) + (li\theta_i)^2 u^2(\alpha_i) + (li\alpha_i)^2 u^2(\theta_i) + u^2(bp) + (-bp.\theta_p)^2 u^2(\alpha_p) + (-bp.\alpha_p)^2 u^2(\theta_p) \quad (5)$$

8. Presentación de los resultados.

Después de realizar la calibración y obtener los resultados de los errores, se puede realizar una gráfica del Error colocando en el eje X la longitud en mm y en el eje Y el Error en μm .

Para verificar si el instrumento cumple o no con los errores permitidos se puede consultar en la Norma Técnica Colombiana NTC 4352 [2] o en las especificaciones del fabricante del micrómetro.

9. Referencias.

- [1] Vocabulario Internacional de Metrología. Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados. 3ª edición en español. Centro Español de Metrología 2012. NIPO:074-13-004-1 (Edición Digital)
- [2] Norma Técnica Colombiana NTC 4352: 1997. Micrómetro para mediciones exteriores, construcción normal, conceptos, requisitos y ensayos.
- [3] Instructivo Elaboración de Documentos. Instituto Nacional de Metrología de Colombia.
- [4] JCGM 100:2008, Evaluación de datos de medición – Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida. Edición digital 1 en español (traducción 1ª Ed. Sept. 2008). Centro Español de Metrología CEM. NIPO Edición digital 1: 706-10-001-0
- [5] Procedimiento DI-00 PARA LA CALIBRACIÓN DE MICRÓMETROS DE EXTERIORES DE DOS CONTACTOS. Centro Español de Metrología CEM
- [6] Guía Técnica de Trazabilidad Metrológica e Incertidumbre de Medida en Metrología Dimensional. CENAM Centro Nacional de Metrología de México – EMA Entidad Mexicana de Acreditación, A.C. Diciembre 2013

[7] Norma ISO 3650:1998, [Geometrical Product Specifications (GPS) – Length standards – Gauge blocks.

Anexos.

Ejemplo de estimación de la incertidumbre.

NOTA: Los datos aquí consignados corresponden a un ejemplo ilustrativo.

Se tiene un micrómetro de 0-25 mm, con división de escala de 0.01 mm, fue calibrado con una temperatura inicial de 20.5 °C y una temperatura final de 20.7 °C. El certificado de calibración del bloque dice que tiene una incertidumbre $(0.1 + L) \mu\text{m}$ L en m con un k de 2. La resolución del indicador de temperatura es de 0.1 °C, el certificado de calibración del mismo dice que tiene una incertidumbre de 0.3 °C con un k de 2. El bloque patrón es grado 0 el cual tiene 1 año de calibrado, el coeficiente de expansión térmica del bloque patrón es de $10.5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \pm 0.5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, el coeficiente de expansión térmica del micrómetro se va a asumir de $11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \pm 1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. La medición del planitud del yunque dio 6 franjas y la superficie del husillo dio 4 franjas.

Para el error por paralaje e_{par} de acuerdo a la figura No.2 de la norma técnica colombiana NTC-4352 la distancia h deberá ser máximo de 0.3 mm, la distancia de desplazamiento del observador DO es aproximadamente de 4 cm, la distancia focal DF se estima en 25 cm, el diámetro del cilindro principal \emptyset es de 14,8 mm . Cada revolución del tambor equivale a 500 μm de desplazamiento.

El laboratorio tiene una temperatura de $20^\circ\text{C} \pm 2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

En la siguiente tabla se observan los resultados obtenidos en la calibración:

Patrón (mm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	PROM. (mm)	Sp (mm)	Error (mm)
2.5	2.501	2.501	2.501	2.501	2.501	2.500	2.501	2.500	2.500	2.500	2.5006	0.52	0.6
5.1	5.101	5.101	5.100	5.100	5.101	5.100	5.101	5.100	5.100	5.101	5.1005	0.53	0.5
7.7	7.701	7.700	7.700	7.701	7.701	7.701	7.701	7.701	7.700	7.700	7.7006	0.52	0.6
10.3	10.300	10.300	10.301	10.301	10.300	10.300	10.300	10.301	10.300	10.301	10.3004	0.52	0.4
12.9	12.900	12.901	12.900	12.900	12.900	12.900	12.900	12.901	12.900	12.900	12.9002	0.42	0.2
15	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	15.000	15.0000	0.00	0.0
17.6	17.600	17.600	17.601	17.600	17.600	17.600	17.599	17.600	17.600	17.600	17.6000	0.47	0.0
20.2	20.200	20.199	20.200	20.200	20.200	20.199	20.200	20.200	20.200	20.199	20.1997	0.48	-0.3
22.8	22.799	22.800	22.800	22.800	22.800	22.800	22.800	22.799	22.800	22.800	22.7998	0.42	-0.2
25	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.000	25.0000	0.00	0.0

Tabla 2 Resultados de la calibración

Inicialmente se encuentra el error permitido de la indicación $f_{m\acute{a}x}$ para lo cual se realiza la gráfica similar a la que se encuentra a continuación la cual está basada en la tabla anterior.

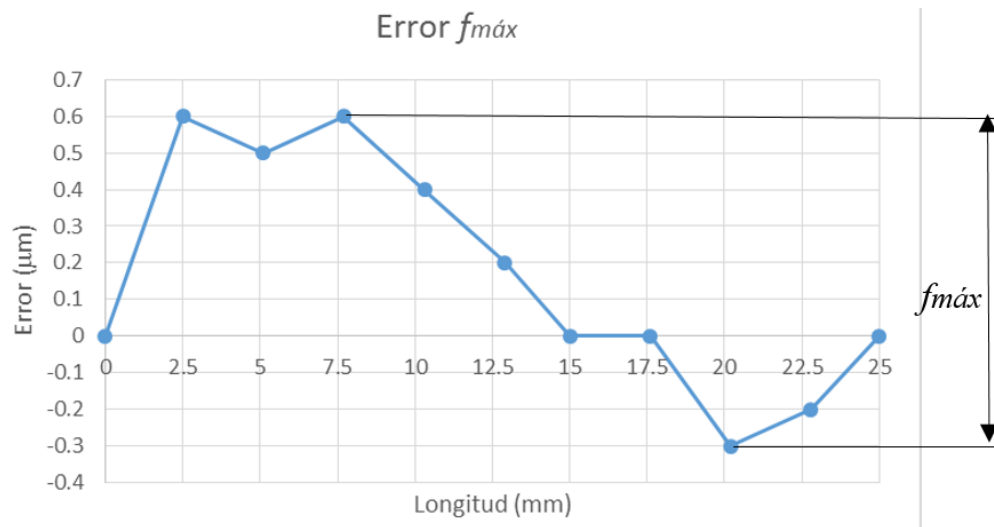


Figura 4 Diagrama del error

El $f_{m\acute{a}x}$ será comparado en la tabla 1 de la Norma Técnica Colombiana NTC-4352, para el caso del ejemplo $f_{m\acute{a}x}$ fue de $0.9 \mu\text{m}$ y el límite es de $4 \mu\text{m}$ por lo tanto está dentro de los límites permitidos.

Ahora se procede a realizar la estimación de la incertidumbre.

Incertidumbre por repetibilidad $u(rep)$:

Se selecciona la mayor desviación estándar la cual fue de $0.53 \mu\text{m}$ en el punto 5.1 mm

$$u(rep) = \frac{s_p}{\sqrt{n}}$$

$$u(rep) = \frac{0.53 \mu\text{m}}{\sqrt{10}}$$

$$u(rep) = 0.16 \mu\text{m}$$

Incertidumbre por resolución $u(res)$:

$$u(res) = \frac{res}{2\sqrt{3}}$$

En este caso la menor lectura se puede apreciar de acuerdo a la capacidad visual de la persona que realizar la calibración, para este caso la persona está en capacidad de leer $1/10$ de la división de escala por lo tanto la resolución quedará:

$$u(res) = \frac{10 \mu\text{m}}{2\sqrt{3}}$$

$$u(res) = 0.2886 \mu\text{m}$$

Incertidumbre por el efecto de paralaje $u(e_p)$

En el error por paralaje e_{par} es necesario tener en cuenta las siguientes variables:

e_{par} Error de paralaje

DO Desplazamiento del observador respecto a la línea perpendicular de observación

- DF Distancia entre el observador y el instrumento
- h Holgura entre el cilindro principal y el tambor
- \emptyset Diámetro del cilindro de la escala principal
- dh Desplazamiento lineal del husillo en una revolución del tambor

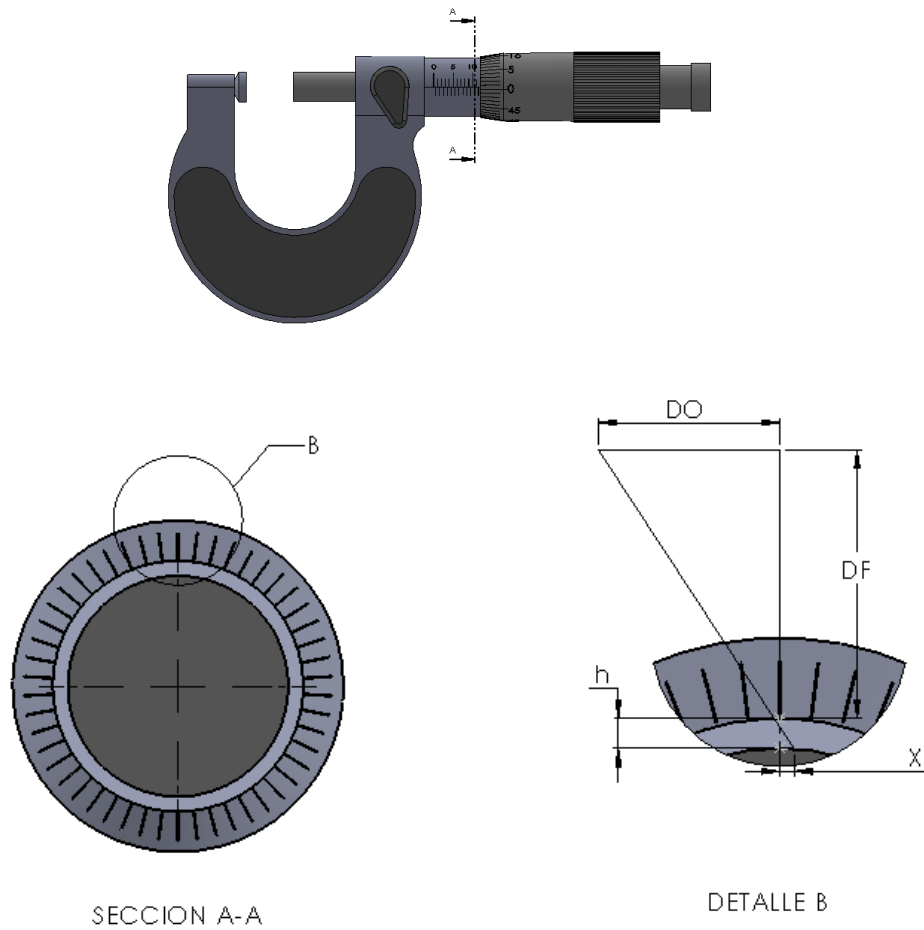
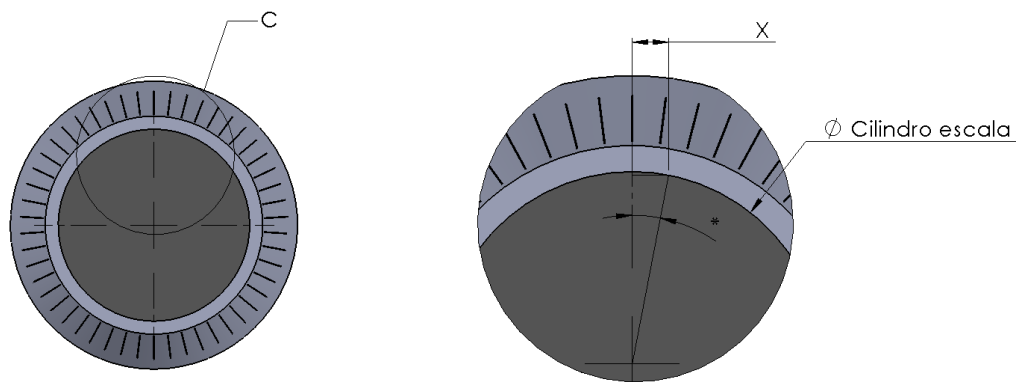


Figura 5 Error de paralaje

De la figura 5 del detalle B se puede utilizar los triángulos semejantes para encontrar X, por lo tanto se tiene:

$$X = \frac{h \times DO}{DF}$$

La distancia X es en el cilindro de la escala principal; es como tomar la longitud del arco del mismo, pero la distancia que se necesita es la del desplazamiento longitudinal por lo tanto es necesario tener en cuenta el diámetro del cilindro de la escala y la longitud desplazada por cada revolución.



DETALLE C

Figura 6. Angulo de giro y desplazamiento

Se requiere encontrar la longitud de desplazamiento de paralaje o error de paralaje e_{par} equivalente al arco formado por X para lo cual es necesario realizar la equivalencia del arco completo que equivale a una revolución, a su vez una revolución equivale a $2\pi r$ o $\pi\phi$, y dicha revolución equivale a un desplazamiento longitudinal del husillo dh . Teniendo esto presente se puede realizar la siguiente relación:

$$\frac{\pi \cdot \phi}{dh} = \frac{X}{e_{par}}$$

$$e_{par} = \frac{dh \cdot X}{\pi \cdot \phi}$$

Remplazando X por la ecuación anterior quedará:

$$e_{par} = \frac{dh \cdot h \cdot DO}{\pi \cdot \phi \cdot DF}$$

Para el ejemplo se tienen los siguientes datos:

$$dh = 500 \mu\text{m}$$

$$h = 0.3 \text{ mm}$$

$$DO = 4 \text{ cm}$$

$$DF = 25 \text{ cm}$$

$$\phi = 14.8 \text{ mm}$$

$$e_{par} = \frac{500 \mu\text{m} \cdot 0.3 \text{ mm} \cdot 4 \text{ cm}}{\pi \cdot 14.8 \text{ mm} \cdot 25 \text{ cm}}$$

$$e_{par} = 0.51618 \mu\text{m}$$

La incertidumbre por paralaje será:

$$u(e_{par}) = \frac{e_{par}}{\sqrt{3}}$$

$$u(e_{par}) = \frac{0.51618 \mu\text{m}}{\sqrt{3}}$$

$$u(e_{par}) = 0.3 \mu\text{m}$$

Incertidumbre por planitud en las superficies $u(e_{pla})$

Para hallar la incertidumbre por planitud en las superficies $u(e_{pla})$ se tiene en cuenta la planitud de las dos superficies, se trata de una distribución rectangular de semiapertura y se suman cuadráticamente:

$$u(e_{pla}) = \sqrt{\left(\frac{e_{pla1}}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e_{pla2}}{2\sqrt{3}}\right)^2}$$

La medición del planitud del yunque dio 6 franjas equivalentes a $1.92 \mu\text{m}$ y la superficie del husillo dio 4 franjas equivalente a $1.28 \mu\text{m}$.

$$u(e_{pla}) = \sqrt{\left(\frac{1.92}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1.28}{2\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$u(e_{pla}) = \sqrt{0.44373}$$

$$u(e_{pla}) = 0.66613 \mu\text{m}$$

Incertidumbre por coeficiente de expansión térmica del instrumento $u(\alpha_i)$.

El coeficiente de expansión térmica del instrumento se asume de $11 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, pero como no se conoce exactamente, se tiene una duda de $\pm 1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Por lo tanto quedará de la siguiente manera:

$$u(\alpha_i) = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}}{\sqrt{3}}$$

$$u(\alpha_i) = 5,77 \times 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

El coeficiente de sensibilidad para esta incertidumbre es $li\theta_i$:

El cambio de temperatura del instrumento y del patrón se va a asumir la misma ya que es complicado tener las lecturas independientes de ambos instrumentos. Por eso es tan importante dejar estabilizar los instrumentos térmicamente. De acuerdo a los datos utilizados para el ejemplo, la temperatura inicial fue de $20.5 \text{ }^\circ\text{C}$ y la final de $20.7 \text{ }^\circ\text{C}$, de estas dos, el promedio es $20.6 \text{ }^\circ\text{C}$.

$$\theta_i = 20.6 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\theta_i = 0.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

El producto $li\theta_i$ quedará:

$$li\theta_i = (25 \text{ mm})(0.6 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$li\theta_i = 15000 \text{ } \mu\text{m } ^\circ\text{C}$$

El producto $li\theta_i u(\alpha_i)$ quedará:

$$li\theta_i u(\alpha_i) = 0,00865 \text{ } \mu\text{m}$$

Incertidumbre por temperatura del instrumento $u(\theta_i)$:

En esta incertidumbre se tiene en cuenta la resolución del indicador de temperatura, el certificado de calibración del mismo y la variación de temperatura del laboratorio.

$$u(\theta_i) = \sqrt{\left(\frac{rest}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{ct}{k}\right)^2 + \left(\frac{tl}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

Donde:

<i>rest</i>	Resolución del indicador de temperatura
<i>ct</i>	Incertidumbre que indica el certificado del termómetro
<i>tl</i>	Variación de temperatura del laboratorio

$$u(\theta_i) = \sqrt{\left(\frac{0.1 \text{ }^\circ\text{C}}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.3 \text{ }^\circ\text{C}}{2}\right)^2 + \left(\frac{0.2 \text{ }^\circ\text{C}}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$u(\theta_i) = \sqrt{0.028^2 + 0.15^2 + 0.11547^2}$$

$$u(\theta_i) = 0.3725 \text{ } ^\circ\text{C}$$

El coeficiente de sensibilidad para esta incertidumbre es $li\alpha_i$:

$$li\alpha_i = 25 \text{ mm} \cdot 11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$li\alpha_i = 0.275 \text{ } \mu\text{m } ^\circ\text{C}^{-1}$$

El producto $li\alpha_i u(\theta_i)$ quedará:

$$li\alpha_i u(\theta_i) = 0.10243 \text{ } \mu\text{m}$$

Incertidumbre por patrón $u(bp)$.

Para la incertidumbre del patrón, se tiene en cuenta el certificado de calibración del bloque y la deriva del mismo la cual se obtiene de los estudios realizados en periodos de tiempo. También se puede usar el límite permisible que indica la norma ISO-3650 [7] en la siguiente tabla.

Grado	Cambio máximo de longitud permisible por año
K 0	$\pm(0,02 \text{ } \mu\text{m} + 0,25 \times 10^{-6} \times l_n)$
1 2	$\pm(0,05 \text{ } \mu\text{m} + 0,5 \times 10^{-6} \times l_n)$
Nota: l_n es expresado en milímetros.	

Tabla 3. Deriva de los bloques

Cuando se utilizan varios patrones se realiza la suma cuadrática de los bloques quedando la siguiente ecuación:

$$u(bp) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Ucal}{k}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{der_i}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

Esta incertidumbre se extrae del certificado de calibración, para efectos del ejemplo se tiene que para un bloque de 25 mm la incertidumbre es de 0.125 μm y el factor de cobertura k es de 2.

$$u(bp) = \sqrt{\left(\frac{U_{bloque}}{k}\right)^2 + \left(\frac{der_i}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$u(bp) = \sqrt{\left(\frac{0,125 \mu\text{m}}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,020 \mu\text{m}}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$u(bp) = 0.06355 \mu\text{m}$$

Incertidumbre por el coeficiente de expansión térmica del patrón $u(\alpha_p)$:

En la mayoría de los bloques en el catálogo viene especificado dicho coeficiente con un error máximo permitido, para efectos del ejemplo el bloque tiene un coeficiente de expansión térmica de $10.8 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \pm 0,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Para la incertidumbre $u(\alpha_p)$ se toma el valor de variación que indica el manual del fabricante y se divide por $\sqrt{3}$

$$u(\alpha_p) = \frac{0,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}}{\sqrt{3}}$$

$$u(\alpha_p) = 2,9 \times 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

El coeficiente de sensibilidad para esta incertidumbre es $-bp \cdot \theta_p$ quedando de la siguiente manera:

$$-bp \cdot \theta_p = -25 \text{ mm} \cdot 0,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

El producto $u(\alpha_p)(-bp \cdot \theta_p)$ quedará:

$$u(\alpha_p)(-bp \cdot \theta_p) = -0.0029 \text{ } \mu\text{m}$$

Incertidumbre por temperatura del patrón $u(\theta_p)$.

La temperatura del patrón se va a tomar igual al del pie de rey debido a que es muy complicado tener la lectura de ambos instrumentos por lo tanto la incertidumbre por termómetro patrón $u(\theta_p)$ será la misma que la incertidumbre por temperatura de instrumento $u(\theta_i)$.

$$u(\theta_p) = 0.3725 \text{ } ^\circ\text{C}$$

El coeficiente de sensibilidad para esta incertidumbre es $(-bp \cdot \alpha_p)$ quedando así:

$$-bp \cdot \alpha_p = -25 \text{ mm} \cdot 10,8 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$-bp \cdot \alpha_p = -0,27 \text{ } \mu\text{m } ^\circ\text{C}^{-1}$$

El producto $u(\theta_p)(-bp \cdot \alpha_p)$ quedará:

$$u(\theta_p)(-bp \cdot \alpha_p) = -0.1005 \text{ } \mu\text{m}$$

Teniendo los resultados de las incertidumbres típicas con sus respectivos coeficientes de sensibilidad se procede a encontrar la incertidumbre combinada $u(x)_c$:

$$u(e)_c = \sqrt{0.16^2 + 0.2886^2 + 0.3^2 + 0.66613^2 + 0.008655^2 + 0.10243^2 + 0.06355^2}$$

$$+ 0.0029^2 + 0.1005^2$$

$$u(e)_c = \sqrt{0.667333213}$$

$$u(e)_c = 0.8169 \mu\text{m}$$

Para hallar los grados de libertad se utiliza la ecuación G.3 del anexo G.4 de la JCGM [5].

$$v_i \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2}$$

Ejemplo: Se tiene una fuente de incertidumbre con una duda del 10%, dicho porcentaje se deduce de acuerdo a la experiencia que se tiene, no hay una regla para esto.

Remplazando en la ecuación quedará:

$$v_i \approx \frac{1}{2} [0,1]^{-2}$$

$$v_i \approx 50$$

Lo cual da como resultado 50 grados de libertad.

Para hallar el factor de cobertura k es necesario encontrar los grados efectivos de libertad. Para esto se utiliza la fórmula G.2b de la JCGM [5] del anexo G.4.

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(x)}{v_i}}$$

$$v_{eff} = \frac{18.56^4}{\frac{0.16^4}{9} + \frac{0.2886^4}{200} + \frac{0.3^4}{50} + \frac{0.66613^4}{50} + \frac{0.008655^4}{50} + \frac{0.10243^4}{50} + \frac{0.06355^4}{200} + \frac{0.0029^4}{50}}$$

$$+ \frac{0.1005^4}{50}$$

$$v_{eff} = \frac{18.56^4}{4.211739081 \times 10^{-3}}$$

$$v_{eff} = 28174124.47$$

Con este valor se puede buscar en la tabla T de Student. Dicho valor es mayor a 100 lo cual da un k de 2 para un 95,45% de nivel de confianza.

Ahora se toma la incertidumbre combinada y se multiplica por el k para hallar la incertidumbre expandida U

$$U = u(x)_c \cdot k$$

$$U = 0.8169 \mu\text{m} \cdot 2$$

$$U = 1.6 \mu\text{m} \approx 2 \mu\text{m}$$

Para hallar el porcentaje de aporte de incertidumbre se realiza el siguiente ejemplo:

Se toma la incertidumbre por repetibilidad, se eleva al cuadrado y se divide por la suma de cuadrados de las incertidumbres típicas:

$$\% = \frac{0.16^2}{0.667333213} \cdot 100$$

$$\% = 3.8$$

Y así sucesivamente con el resto de las incertidumbres típicas.

Fuente de incertidumbre por:	Incertidumbre típica	Tipo de distr.	Coefficiente de sensibilidad	Contribución	Grados de libertad	% de aporte
Repetibilidad	$u(rep) = \frac{s_p}{\sqrt{n}}$	A	1	0.16 μm	9	14.6
Resolución	$u(res) = \frac{res}{2\sqrt{3}}$	B	1	0.2886 μm	200	26.4
Paralaje	$u(e_{par}) = \frac{e_{par}}{\sqrt{3}}$	B	1	0.3 μm	50	27.4
Planitud de superficies	$u(e_{pla}) = \sqrt{\left(\frac{e_{pla1}}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e_{pla2}}{2\sqrt{3}}\right)^2}$	B	1	0.66613 μm	50	6.1
Coefficiente de expansión térmica del pie de rey	$u(\alpha_i) = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}}{\sqrt{3}}$	B	$li\theta_i$	0.00865 μm	50	0.8
Temperatura del instrumento	$u(\theta_i) = \sqrt{\left(\frac{rest}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{ct}{k}\right)^2 + \left(\frac{tl}{\sqrt{3}}\right)^2}$	B	$li\alpha_i$	0.10243 μm	50	9.4
Patrón	$u(bp) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{U_{cal}}{k}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{der_i}{\sqrt{3}}\right)^2}$	B	1	0.06355 μm	200	5.8
Coefficiente de expansión térmica del patrón	$u(\alpha) = \frac{0,5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}}{\sqrt{3}}$	B	$-bp \cdot \theta_p$	-0.0029 μm	50	0.3

Temperatura del patrón	$u(\theta_p) = \sqrt{\left(\frac{rest}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{ct}{k}\right)^2 + \left(\frac{tl}{\sqrt{3}}\right)^2}$	B	$-bp \cdot \alpha_p$	$-0.1005 \mu\text{m}$	50	9.2
$u_c(x)$				$0.8169 \mu\text{m}$		
U				$2 \mu\text{m}$		

Tabla 4 Tabla de presupuesto de incertidumbres